稀薄強磁性の一模型

庄　司　一　郎

正確にとける稀薄強磁性の一模型として、次のようなものを考える。平面格子Ising 模型で、A，B二つのSub-lattice に分けられる。A格子点はB格子点の2個または3個と交渉があり、A格子点は磁気的または非磁気的な原子のどちらが来てもよいが、B格子点はいつも磁気的原子で占められている。A格子点のスピン変数はσ(＝1，0) であらわし、B格子点のスピン変数はμ(＝±1) であらわす。$\sigma=0$は非磁気的原子の来たことを示す。

エネルギーは ($-J\sigma\mu$) と仮定する。例として、4角格子をとり、角の点をB格子点、辺の上にSite をとりA格子点とする。拡張されたInteraction Process により

$$\sum_{\sigma=0}^{\pm 1} \exp(L\sigma(\mu_1+\mu_2)+k\sigma^2) = A\exp(K\mu_1\mu_2)$$

$$L = J/kT \quad , \quad A^2 = (1+2e^k)(1+2e^k\mathrm{ch}\,2L) \ , \quad e^{2K} = \frac{(1+2e^k\mathrm{ch}2L)}{(1+2e^k)}$$

これより、稀薄磁性体の大きい状態和は

$$Z(L,k) = A^{2N} Z_4(K)$$

NはB格子点の数，2NはA格子点の数，$Z_4(K)$は4角格子の状態和 (Onsager) A格子点における磁気的原子の数は $N_1=\partial\log Z/\partial k$ であるが、$p=N_1/2N$ として

$$\mathrm{ch}\,2L = \frac{2p+(e^{2K}-1)(1-\langle\mu\mu'\rangle)}{2p-(1-e^{-2K})(1+\langle\mu\mu'\rangle)} \tag{1}$$

$$\langle\mu\mu'\rangle = \frac{1}{2N}\frac{\partial\log Z_4(K)}{\partial K}$$

に変形できる。$p=1$に対しては$\mathrm{ch}\,2L=e^{2K}$という普通の「飾りつき4角格

子」の関係になる。pをあたえるとLはKの函数であるが、$K=0$ に対して $L=0$ であるが、pの値が小さいと、$K=K_c$（4角格子の転移点）に達するまえに上式の分母が0になり $L\to\infty$（絶対0度）になる。pが大きいと $K=K_c$ に対し $L=L_c(p)$ となる。$L_c(p_c)\to\infty$ になる p_c を Critical Concentration とよぶ。$\langle\mu\mu'\rangle_c=\sqrt{2}/2$，$\exp(-2K_c)=\sqrt{2}-1$ で $p_c=0.5$。

同様なことを種々の飾りつき、または蜂の巣格子について行つた結果は

dec. 蜂の巣	dec. 4 角	dec. 3 角	semi 蜂の巣	dec. 6 角	semi さい形	dec. ダイヤモンド	dec. 立 方
0.637	0.500	0.352	0.500	0.524	0.317	0.4108	0.2428

dec. B . C	dec. F . C
0.1728	0.1153

dec. 6角は角がA格子点で、dec. 蜂の巣とはA，Bが逆転している。ダイヤモンド型以下は正確な解はないが、相当信頼できるデータを使つて出した。さて次に、Bond あたりのエネルギーの符号を変えたものとして $\langle\sigma\mu\rangle$ を求めて、

$$\langle\sigma\mu\rangle=(1+\langle\mu\mu'\rangle)(1-e^{2K})(\tanh L)/2$$

温度∞で $L\to0$，$K\to0$ で $\langle\sigma\mu\rangle=0$，温度0で，$L\to\infty$，$\langle\mu\mu'\rangle\to1$，(1)より、$1-e^{-2K}\to p$ で $\langle\sigma\mu\rangle_0=p$ で至極あたりまえである。

またBond あたりの比熱は

$$C=-\frac{d\langle\sigma\mu\rangle}{dT}=kL^2\frac{d\langle\sigma\mu\rangle}{dL}=kL^2\frac{d\langle\sigma\mu\rangle}{dK}\frac{dK}{dL}$$

$$\frac{d\langle\sigma\mu\rangle}{dL}=-\operatorname{sech}^2L/2(1+\langle\mu\mu'\rangle)(1-e^{-2K})$$

$$+\frac{1}{2}\tan L\left\{\frac{d\langle\mu\mu'\rangle}{dK}(1-e^{-2K})+(1+\langle\mu\mu'\rangle)\cdot2e^{-2K}\right\}\Big/\frac{dL}{dK}$$

(1)を微分して

$$\frac{dL}{dK}=2\coth 2L\frac{\{(1-p)\frac{d\langle\mu\mu'\rangle}{dK}+(\langle\mu\mu'\rangle^2-1)\}(\operatorname{ch}2K-1)+2p(\operatorname{ch}2K-\operatorname{sh}2K\langle\mu\mu'\rangle)}{(2p+(e^{2K}-1)(1-\langle\mu\mu'\rangle))(2p-(1-e^{-2K})(1+\langle\mu\mu'\rangle))}$$

二次相転移・不可逆過程

$p \doteqdot 1$ なら $K \to K_c$ で $dL/dK \sim \text{finite}$ で $d\langle\sigma\mu\rangle/dL \to \infty$（対数的）であるが、$\frac{1}{2} < p < 1$ で、$dL/dK \to \infty$ で（$d\langle\mu\mu'\rangle/dK$ は対数無限である）∞/∞ で有限でその高さは（$1-p$）に反比例する。この点の切線の傾きは垂直で、とがつた点であるようだ。またA格子点だけの格子気体と考えて、圧力Pは、$P(2N)/kT = \log Z$ として、$P - p^{-1} = v$　図をかくと、有限の長さの水平部分はなく、ある点で水平であるかのようである。

dP/dp の計算はまだしていないのでこれについてはまたの機会にする。

超音波吸収

谷　　憲　輔

反強磁性体の相転移点近傍の超音波吸収は、二次相転移を起こす系の異常が、接触系にも著るしい影響を及ぼす場合の恰好の一例である。交換相互作用の大きさがスピンを荷う原子の振動によつて変化することから生ずるスピン・フオノン相互作用を採ると、波数kの音波減衰常数 α_k は、ノーマルモードkに働らくランダムな力 $\propto a_k$ の時間相関を用いて

$$\alpha_k = (d\,\ell n J(\rho)/d\rho)\, k^2/2NMC \cdot \mathrm{Re} \int_0^\infty (a_k(t), a_k^*) \exp(-i\omega_k t)\, dt \qquad (1)$$

$$a_k = k^{-1} \sum_{\langle ij \rangle} (\vec{k} \cdot \vec{R}_{ij}^0 / k R_{ij}^0)\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}_i^0} [1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}_{ji}^0}]\, J_{ij} (\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j) \qquad (2)$$

と表わせる。ここに；$(A, B) = \int_0^\beta \langle e^{\lambda H} A\, e^{-\lambda H} B \rangle d\lambda - \beta \langle A \rangle \langle B \rangle$, R_i^0 はi番目のスピンの平衡位置，ρ はnearest-neighbour distance, cは音速である。

(1)より $(a_k(t), a_k^*)$ の time decay form が α_k の温度，波数依存性を決めることが判るが、その為に二次及び四次のモーメントを比べると、k〔1，1，1〕として、①高温領域でガウス型　②T_N 近傍でローレンツ型が期待される。